Vectori în plan

1. Fie triunghiul ABC şi M mijlocul segmentului BC. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

2. Fie triunghiul ABC şi $M\in(BC)$ astfel încât $\overrightarrow{MC}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$. Să se demonstreze că

$\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$.

3. Fie triunghiul ABC şi $M\in(BC)$ astfel încât $\frac{BM}{MC}=\frac{1}{2}$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

4. Fie ABCD un paralelogram şi P un punct astfel ca $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PD}$. Să se arate că $\overrightarrow{BP}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$.

5. Ştiind că vectorul $\overrightarrow{AB}$ are lungimea egală cu 12 şi $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$, să se determine lungimea vectorului $\overrightarrow{CB}$.

6. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu latura de lungime 10. Să se calculeze produsul scalar $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$.

7. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu latura de lungime 10. Să se determine lungimea vectorului $\overrightarrow{AD}$ dacă $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

8. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$, ştiind că A,B,C sunt vârfurile unui triunghi.

9. Se consideră triunghiul echilateral ABC înscris într-un cerc de centru O. Să se arate că $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.

10. Dacă $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{CB}=\vec{0}$, să se determine valoarea raportului $\frac{AB}{BC}$.

11. Fie ABC un triunghi echilateral înscris într-un cerc de centru O. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AO}$.

12. Triunghiul ABC are centrul de greutate G. Dacă punctul M este mijlocul segmentului BC , să se determine numărul real a astfel încât $\overrightarrow{AG} = a \cdot \overrightarrow{MA}$.

13. Să se arate că dacă $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$, atunci punctul C este mijlocul segmentului AB..

14. Să se demonstreze că în patrulaterul MNPQ are loc relaţia $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PN}$ ..

15. Se consideră patrulaterul ABCD în care $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Să se demonstreze că ABCD este paralelogram.

16. Se consideră pătratul ABCD de centru O. Să se calculeze $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ ..

17. Se consideră paralelogramul ABCD. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AD}$ ..

18. Se consideră paralelogramul ABCD. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{DC}$, unde punctul O este intersecţia diagonalelor.

19. Fie punctele distincte A,B,C,D nu toate coliniare. Ştiind că $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$, să se demonstreze că ABCD este paralelogram.

20. Fie ABC un triunghi în care $AB = 2, AC = 3$ şi $BC = 2\sqrt{2}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

21. Fie ABC un triunghi echilateral de arie $\sqrt{3}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

22. Se consideră triunghiul ABC şi punctele D,E astfel încât $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{EC}$. Să se arate că dreptele DE şi BC sunt paralele.

23. Fie ABC un triunghi şi O centrul cercului circumscris lui. Ştiind că $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OC}$ să se arate că triunghiul ABC este dreptunghic.

24. Să se demonstreze că pentru orice punct M din planul paralelogramului ABCD are loc egalitatea $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.